

流体输送管道的固-液耦合特性

王世忠, 于石声, 赵 阳

(哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘 要: 用有限元法推导流体输送管道固-液耦合振动方程, 得到反对称的固-液耦合阻尼矩阵和对称的固-液耦合刚度矩阵. 用 QR 法计算管道的前四阶固有频率. 分别讨论了流体流速、压强变化以及固-液耦合阻尼和刚度对管道固有频率的影响; 给出了不同边界条件管道的临界速度和管道前四阶固有频率-流速曲线. 这对于火箭发动机燃料供给管道、水轮机供水管道、城市集中供热干管、输水母管、石油集输管线等的研究与设计都有参考意义.

关键词: 有限元法; 流体输送管道; 固-液耦合特性; 固有频率; 临界速度

中图分类号: TV 131. 2

文献标识码: A

文章编号: 0367-6234(2002)02-0241-04

Solid-liquid coupling characteristics of fluid-conveying pipes

WANG Shi-zhong, YU Shi-sheng, ZHAO Yang

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: An equation was formulated using finite element method for the solid-liquid coupling vibration of fluid-conveying pipes to obtain an asymmetrical solid-liquid coupling damp matrix and a symmetrical solid-liquid coupling stiffness matrix. The first four grades of natural frequency of pipes were calculated using QR method. The influence of flow rate, pressure, solid-fluid coupling damp and solid-fluid coupling stiffness on natural frequency was discussed separately. The critical speed of a pipe under different boundary conditions and the curves of the first four grades of natural frequency-flow rate are given for researching and designing fuel-feeding pipes for rocket generator, water-conveying pipes in the watery turbine, central heating pipeline, water-conveying pipeline and petroleum pipeline.

Key words: finite element method; fluid-conveying pipe; solid-fluid coupling; natural frequency; critical speed

输送流体管道的固有频率通常随着流速的提高而降低, 如果流速提高到一定数值, 管道就变成不稳定的. 针对这种情况, 王本利等用有限元方法给出了悬伸的二维管道基频-流速曲线^[1], 王世忠等给出了悬伸的三维管道基频-流速曲线^[2], 并对不同边界条件管道的临界速度^[3]、管道对脉冲激励的响应^[4]和高频特性^[5]等进行了研究. 本文是作者前期工作的继续.

1 输送流体管道固-液耦合振动方程

根据 Hamilton 原理

收稿日期: 2001-10-20

作者简介: 王世忠(1942-), 男, 教授.

$$\int_0^l \delta(T - V) dt + \int_0^l \delta W_{nc} dt = 0, \quad (1)$$

其中管道单元动能为

$$T = \int_0^l dT = \int_0^l \left\{ \frac{1}{2} (m - \rho) \dot{y}^2 + \frac{1}{2} \rho (\dot{u}^2 + (\dot{y} + \dot{u}')^2) \right\} dx$$

管道单元势能为

$$V = \int_0^l dV = \int_0^l \frac{1}{2} EI (y'')^2 dx,$$

非保守力在虚位移上作的功为

$$\delta W_{nc} = - \int_0^l c y \delta y \, dx - \int_0^l A p y'' \delta y \, dx.$$

式中: A 为管道横截面积, m^2 ; E 为管道弹性模量, N/m^2 ; v 为液体流速, m/s ; m 为单位长度上管道与液体的质量, kg/m ; p 为液体压强, N/m^2 ; ρ 为单位长度上液体的质量, kg/m ; I 为管道横截面惯性矩, m^3 .

采用有限元法

$$\delta y = [N(x)] \delta \{u(t)\}. \tag{2}$$

式中: $[N(x)]$ 为形状函数矩阵, $\{u(t)\}$ 为结点位移向量. 推导得到单元运动方程为

$$[M^e] \{\ddot{u}\} + ([C_b^e] + [C_a^e]) \{\dot{u}\} + ([K_b^e] + [K_a^e]) \{u\} = \{f^e\}. \tag{3}$$

式中: $[M^e] = \int_0^l m [N]^T [N] \, dx$, $[C_b^e] = \int_0^l C [N]^T$

$\cdot [N] \, dx$ 和 $[K_b^e] = \int_0^l EI [N'']^T [N''] \, dx$ 分别为单元质量矩阵、单元阻尼矩阵和单元弯曲刚度矩阵,

$$[C_a^e] = \int_0^l \rho v [N']^T [N] - [N]^T [N'] \, dx = \rho v \begin{bmatrix} 0 & -\frac{l}{10} & -\frac{1}{2} & \frac{l}{10} \\ \frac{l}{10} & 0 & \frac{l}{10} & \frac{l}{60} \\ \frac{1}{2} & -\frac{l}{10} & 0 & -\frac{l}{10} \\ -\frac{l}{10} & -\frac{l}{60} & \frac{l}{10} & 0 \end{bmatrix}$$

为单元固液耦合阻尼矩阵,

$$[K_a^e] = (AP - \rho v^2) \int_0^l [N']^T [N'] \, dx = (AP - \rho v^2) \begin{bmatrix} \frac{6}{5l} & \frac{11}{10} & -\frac{6}{5l} & \frac{l}{10} \\ \frac{11}{10} & -\frac{2l}{15} & \frac{l}{10} & -\frac{l}{30} \\ -\frac{6}{5l} & \frac{l}{10} & \frac{6}{5l} & -\frac{11}{10} \\ \frac{l}{10} & -\frac{l}{30} & -\frac{11}{10} & \frac{2l}{15} \end{bmatrix}$$

为单元固液耦合刚度矩阵,

$$\{f^e\} = [N]^T \{f(t)\}$$

为单元结点力向量.

将单元运动方程叠加可以得到管道振动方程为

$$[M] \{\ddot{x}\} + ([C_b] + [C_a]) \{\dot{x}\} + ([K_b] + [K_a]) \{x\} = \{f(t)\}. \tag{4}$$

式中: $[M]$ 、 $[C_b]$ 和 $[K_b]$ 分别是管道质量矩阵、管道阻尼矩阵和管道刚度矩阵, $[C_a]$ 为管道固液耦合阻尼矩阵, $[K_a]$ 为管道固液耦合刚度矩阵.

2 输送流体管道的临界速度

以硬铝制作的长度 $L=2.0\text{ m}$ 、直径 $d=0.1\text{ m}$ 、壁厚 $t=0.002\text{ m}$ 的输水管道为算例. 硬铝的弹性模量为 $E=6.86 \times 10^{10}\text{ N}/\text{m}^2$, 密度为 $\rho_1=2.8 \times 10^3\text{ kg}/\text{m}^3$; 水的密度为 $\rho_2=1.0 \times 10^3\text{ kg}/\text{m}^3$.

图 1 是用 QR 法计算得到的悬伸管道的基频-流速曲线. 表 1 给出不同边界条件管道的临界速度的计算结果: 悬伸管道的临界速度是 $76\text{ m}/\text{s}$; 铰支-铰支管道的临界速度是 $124\text{ m}/\text{s}$; 固支-铰支管道的临界速度 $190\text{ m}/\text{s}$; 两端固支管道的临界速度是 $270\text{ m}/\text{s}$. 表 1 说明管道的临界速度随着管道支撑刚度的提高而提高.

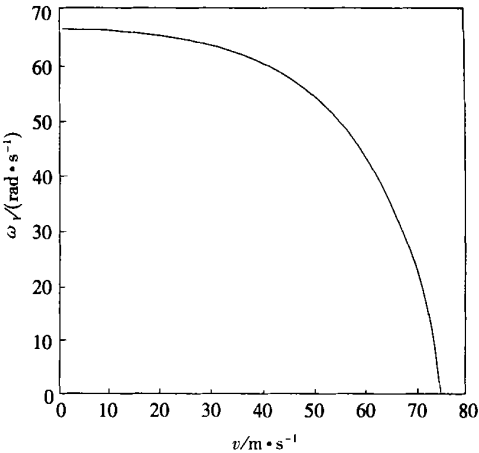


图 1 悬伸管道的基频-流速的曲线

Fig. 1 Curve of fundamental frequency ω flowing velocity of cantilever pipe

表 1 不同边界条件管道的临界流速

Table 1 Critical speed for pipes under different boundary conditions

管道的边界条件	简图	管道的临界速度 $v/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
悬挂		76
铰支-铰支		124
固支-铰支		192
固支-固支		270

3 输送流体管道的固有频率

3.1 压强对管道固有频率的影响

图 2 给出当流速不变时, 铰支-铰支管道的前

两阶固有频率随流体压强的变化曲线($P = 0.0 \sim 200 \text{ kPa}$). 计算结果表明, 当流速不变时, 管道固有频率随流体压强的提高而缓慢提高, 其提高值很小, 几乎可以忽略不计.

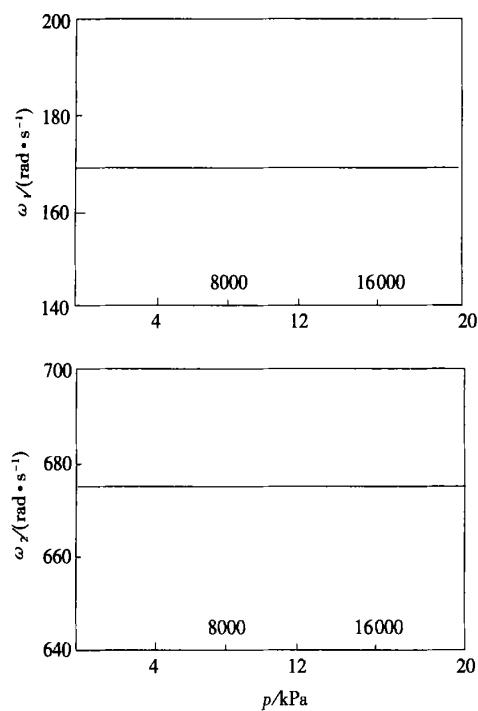


图 2 铰支-铰支管道的前两阶固有频率-压强变化曲线($p = 0.0 \sim 200000 \text{ Pa}$)

Fig. 2 Curves of natural frequency-pressure of hinged-hinged pipe

3.2 固-液耦合阻尼对管道固有频率的影响

图 3 给出只计入固-液耦合阻尼时, 管道固有频率-流速曲线. 从图 3 可以看出, 管道的第一阶固有频率随流速升高而降低, 而第二阶固有频率却随流速升高而升高. 这说明固-液耦合阻尼对管道固有频率的影响情况比较复杂.

3.3 固-液耦合刚度对管道固有频率的影响

图 4 给出只计入固-液耦合刚度时, 管道固有频率-流速曲线. 曲线表明, 管道的前两阶固有频率都随流速提高而降低. 这是因为流速提高使固-液耦合刚度降低(见 $[K_a^e]$ 的表达式), 而使系统的总刚度降低, 所以管道的固有频率降低.

3.4 固-液耦合刚度和固-液耦合阻尼对管道固有频率的影响

图 5 给出了同时计入固-液耦合刚度和固-液耦合阻尼时, 铰支-铰支管道的前四阶固有频率-流速变化曲线. 曲线表明, 当流速从零开始升高时, 管道的各阶固有频率都随流速升高而降低. 第一阶和第二阶固有频率可以降低到零, 但第三

阶和第四阶固有频率不能降低到零. 更有趣的是, 如果流速再提高, 则各阶固有频率能再提高, 再降低反复出现.

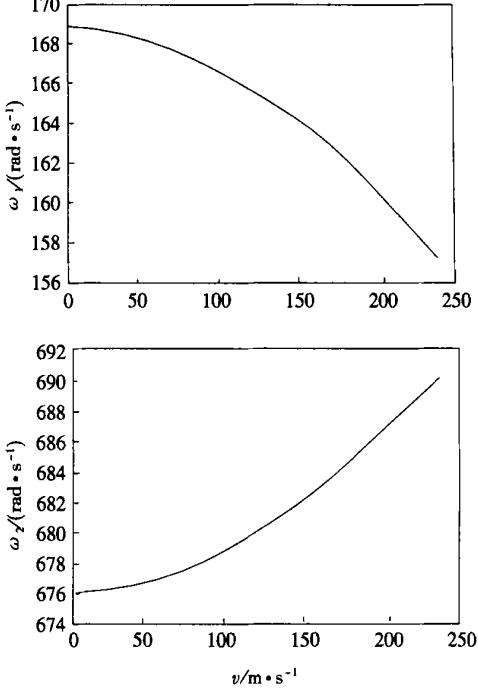


图 3 固-液耦合阻尼对管道固有频率的影响

Fig. 3 Influence of solid-fluid coupled damping on natural frequency ω

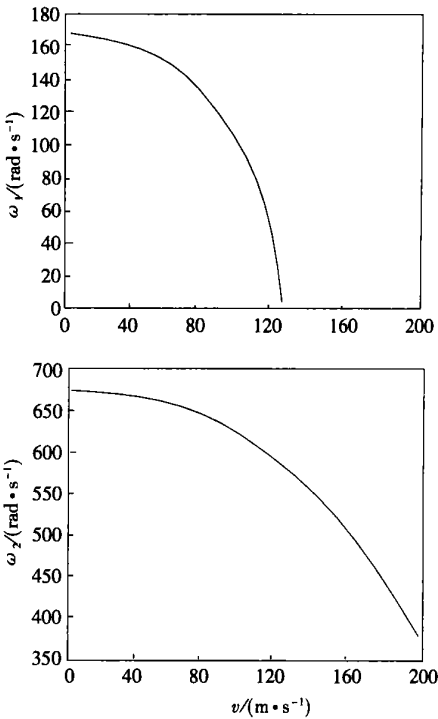


图 4 固-液耦合刚度对管道固有频率的影响

Fig. 4 Influence of solid-fluid coupling stiffness on natural frequency of hinged-hinged pipe

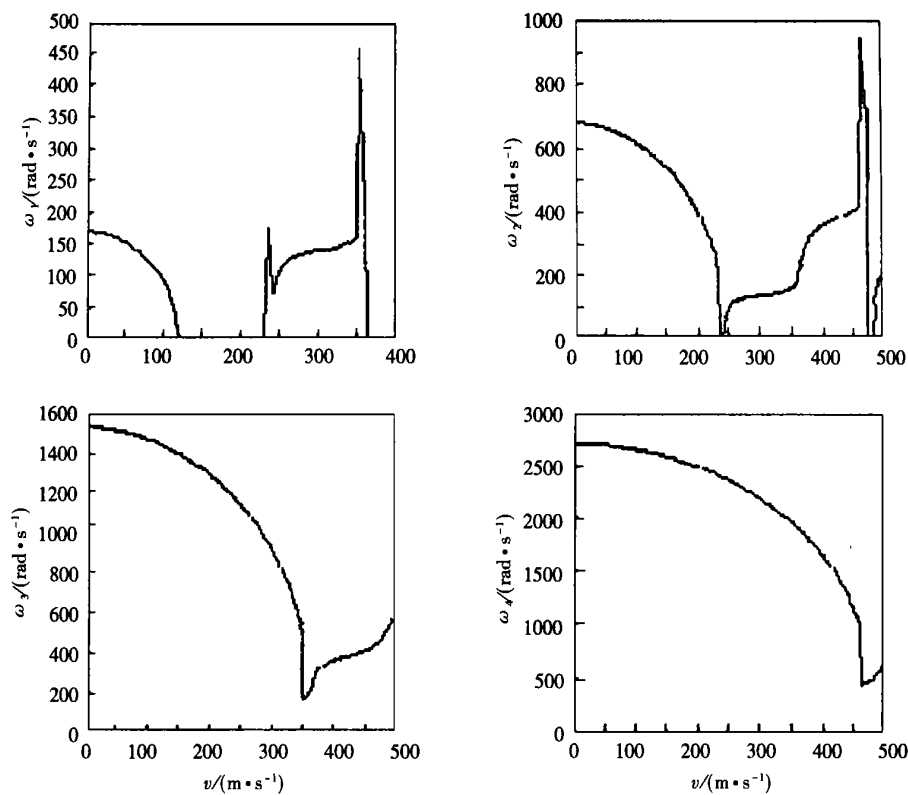


图 5 包含流动流体的铰支- 铰支管道前四阶固有频率- 流速变化曲线

Fig. 5 Curves of first four grades of natural frequency-fluid speed of hinged-hinged pipe containing flowing fluid Influence of fluid-solid coupled stiffness and fluid-solid coupled damping on natural frequency

表 2 给出了铰支- 铰支管道前四阶固有频率的解析解与有限元数值解的比较. 相对误差表明: 本文采用的有限元法的计算结果是准确的.

表 2 铰支 - 铰支载流管道的前四阶固有频率 ($v=0\text{ m/s}$)

Table 2 First four grades of natural frequency of a hinged-hinged pipe containing flowing fluid ($v=0\text{ m/s}$)

固有频率	解析解	数值解	相对误差
ω_1	168.965 086	168.965 145	4.55e- 7
ω_2	675.860 272	675.864 854	6.78e- 6
ω_3	1 520.685 611	1 520.737 411	3.41e- 5
ω_4	2 703.441 086	2 703.730 515	1.07e- 4

4 结 论

- (1) 当流速从零开始逐渐提高时, 管道的基频随流速提高而降低; 基频降低到零时的流速就是临界速度; 边界支撑刚度大的管道临界速度高.
- (2) 当流速不变时, 管道固有频率随压强提高而提高; 其提高值很小, 几乎可以忽略不计.

(3) 固- 液耦合阻尼对管道固有频率的影响比较复杂, 固- 液耦合刚度随着流速提高而使管道的固有频率降低.

(4) 当流速从零开始逐渐提高时, 各阶固有频率都随流速提高而降低; 若流速再提高, 则各阶固有频率能再提高, 再降低反复出现.

参考文献:

[1] 王本利, 王世忠, 安力民, 等. 用有限元法分析导管固液耦合振动[J]. 哈尔滨工业大学学报, 1985, 17(2): 8-14.

[2] 王世忠, 王 茹. 三维管道固液耦合振动分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 1992, 24(4): 43-49.

[3] 王世忠, 刘玉兰, 黄文虎. 输送流体管道固- 液耦合动力学研究[J]. 应用数学与力学, 1998, 29(11): 987-993.

[4] WANG Shi-zhong, YU Shi-sheng. Critical velocity and dynamic responendency of pipe conveying luid[J]. J Harbin Inst Technol: New Ser, 2001, 8(1): 87-89.

[5] 王世忠, 于石声. 载流管道固液耦合振动计算[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2001, 33(6): 816-818.

(编辑 王小唯)